

VORTRÄGE IM LEIBNIZSAAL
DER BERLIN-BRANDENBURGISCHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN
AM 18. JUNI 2022



Max Planck*

KLAUS VON KLITZING

MAX PLANCK : SEINE KONSTANTE UND
UNSER NEUES KILOGRAMM

Max Planck ist nicht nur als Physiker, sondern auch als engagiertes Mitglied beim Orden Pour le mérite bekannt. Schon drei Jahre vor seinem Nobelpreis wurde er im Jahr 1915 in den Orden aufgenommen, war Vizekanzler in den Jahren 1925–1930 und führte den Orden seit 1930 für 17 Jahre als Kanzler. Parallel dazu war er auch ab 1930 Präsident der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft und organisierte nach 1945 die nach ihm benannte MPG.

Max Planck (der in seiner Geburtsurkunde vermerkte Vorname Marx hat sich nicht durchgesetzt) gilt als Begründer der Quantentheorie, die er am 14. 12. 1900 in einem Vortrag bei der Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft unter dem Titel »Zur Theorie des Gesetzes der Energievertheilung im Normalspektrum« vorstellte.¹ Ihm gelang es, eine Formel für die Strahlung eines Schwarzen Körpers aufzustellen, wobei er zwei Energiegrößen einführte: eine thermische Energie kT (T = Temperatur, k = eine Konstante, die später als Boltzmann-Konstante eingeführt wurde) und eine Strahlungsenergie $h\nu$ (ν = Frequenz der Strahlung, h = die für diesen Beitrag wichtige Planck-Konstante). Die Einführung des Energiequants $h\nu$ bezeichnete Planck als »Akt der Verzweiflung«, sie wird heute jedoch als

Grundpfeiler der Quantentheorie angesehen. So wurde Max Planck zum »Revolutionär wider Willen«. Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts waren nämlich alle Physiker davon überzeugt, dass Licht ausschließlich als Welle mit allen charakteristischen Welleneigenschaften wie Lichtbeugung und Interferenzen beschrieben werden kann. Die von Planck eingeführte Beziehung $E = h\nu$ besagt jedoch, dass Licht, oder allgemein elektromagnetische Strahlung, aus Energiepaketen besteht und es eine kleinste Lichtenergie gibt, die mit der Frequenz der Strahlung ansteigt. Erst Einstein erkannte, dass diese Lichtquanten eine reale Bedeutung haben und z. B. das Heraus schlagen von Elektronen aus einem Metall erst dann möglich wird, wenn die Frequenz des Lichtes groß genug ist.² Für die Interpretation dieses »lichtelektrischen Effektes« erhielt Einstein den Nobelpreis für Physik 1921.

Max Planck hat bei seiner Veröffentlichung über das Strahlungsgesetz ein extra Kapitel mit der Überschrift »Natürliche Maasseinheiten« eingefügt, da sein besonderes Interesse nicht der Quantentheorie, sondern den von ihm entdeckten Naturkonstanten galt. Zusätzlich zu den schon damals bekannten Konstanten c für die Lichtgeschwindigkeit und f für die Gravitationskonstante konnte er in Kombination mit seinen Konstanten h und k neue Maßeinheiten einführen, die später als Planck-Einheiten bekannt wurden. So heißt es in dem 1900 von Max Planck veröffentlichten Beitrag:³

»Dem gegenüber dürfte es nicht ohne Interesse sein zu bemerken, dass die Möglichkeit gegeben ist, Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur aufzustellen, welche, unabhängig von speziellen Körpern oder Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als »natürliche Maasseinheiten bezeichnet werden können«.

Diese Vision konnte jedoch zur damaligen Zeit nicht in die Praxis umgesetzt werden, da die von Max Planck eingeführten »natürlichen Einheiten« nicht mit ausreichender Präzision realisiert werden konn-

Planck-Länge:	$\sqrt{\frac{h \cdot f}{c^3}} = 4,13 \cdot 10^{-33} \text{ cm}$	$h = \text{Planck-Konstante}$
Planck-Masse:	$\sqrt{\frac{h \cdot c}{f}} = 5,56 \cdot 10^{-5} \text{ g}$	$f = \text{Gravitations-Konstante}$
Planck-Zeit:	$\sqrt{\frac{h \cdot f}{c^5}} = 1,38 \cdot 10^{-43} \text{ s}$	$c = \text{Lichtgeschwindigkeit}$
Planck-Temperatur:	$\sqrt{\frac{h \cdot c^5}{k^2 \cdot f}} = 3,50 \cdot 10^{32} \text{ K}$	$k = \text{Boltzmann-Konstante}$

Abb. 1: Natürliche Maßeinheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur auf der Basis der von Max Planck eingeführten Naturkonstanten h und k .

ten und für praktische Anwendungen unbrauchbar sind. Längen von 10^{-35} Meter oder Zeiten von 10^{-43} Sekunden haben keine praktische Bedeutung im täglichen Leben. Die Planck-Einheiten sind in Abb. 1 zusammengestellt.

Zum Glück hat Max Planck die elektrische Ladung e eines Elektrons nicht in seine Betrachtungen von natürlichen Maßeinheiten einbezogen, sonst hätte er möglicherweise auch einen natürlichen elektrischen Widerstand mit einem Wert von $h/e^2 \approx 25813$ Ohm gefunden. Im Gegensatz zu den Planck-Einheiten für Länge, Zeit, Masse und Temperatur liegt der Wert dieses Naturwiderstandes exakt in einem einfach zugänglichen Messbereich am Übergang zwischen einem schlecht leitenden Isolator und der metallischen Leitfähigkeit und ist somit von großer praktischer Bedeutung. Meine im Jahr 1980 gemachte Zufallsentdeckung, dass ein solcher Naturwiderstand mit Hilfe des Quanten-Hall-Effektes überall in der Welt mit höchster Präzision und relativ geringem experimentellen Aufwand realisiert werden kann, hat den experimentellen Zugang zu Präzisionsmessungen von Naturkonstanten erleichtert und zu einer Revolution in der Metrologie, der Wissenschaft des Messens, geführt.⁴

Max Plancks Vision eines Maßsystems auf der Basis von Naturkon-

Definierende Konstanten	Symbol	Numerischer Wert	Einheit
Hyperfein-Übergang ^{133}Cs	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9 192 631 770	Hz
Lichtgeschwindigkeit	c	299 792 458	m/s
Planck-Konstante	h	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	J s
Elementarladung	e	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	C
Boltzmann-Konstante	k	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	J / K
Avogadro-Konstante	N_{A}	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	mol ⁻¹
Photometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}	683	lm/W

Tabelle 1: Zusammenstellung der seit 20. 5. 2019 weltweit gültigen Werte für Naturkonstanten, die das neue Einheitensystem definieren. Die numerischen Werte wurden so festgelegt, dass die historisch gewachsenen Definitionen für die Basiseinheiten unseres Maßsystems nur unmerklich verändert wurden.

stanten wurde nach jahrzehntelangen Vorbereitungen am 20. 5. 2019 weltweit in die Praxis umgesetzt.⁵ Auf der als historisch bezeichneten 26. Tagung der Generalkonferenz für Maße und Gewichte in Versailles wurde einstimmig beschlossen, alle Messungen auf die in Tabelle 1 zusammengestellten Werte für Naturkonstanten zu beziehen. Wichtig bei dieser Entwicklung war, dass verschiedene experimentelle Methoden entwickelt wurden, wie man ausgehend von festgelegten Werten für Naturkonstanten Maßeinheiten mit ausreichender Präzision realisieren kann. Insbesondere die Neudefinition des Kilogramms auf der Basis eines festgelegten Wertes für die Planck-Konstante $h \equiv 6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{Ws}^2$ hat in der Öffentlichkeit große Beachtung erfahren. Max Planck wäre von dieser Entwicklung begeistert gewesen, da er besonderes Interesse an Naturkonstanten und ihrer Bedeutung hatte. Deshalb ist auf den Gedenksteinen in der Nähe seines Geburtshauses in Kiel und am Grab in Göttingen der (relativ ungenaue) Zahlenwert $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{Ws}^2$ vermerkt (s. Abb. 2)



Abb. 2: Gedenksteine für Max Planck an seinem Geburtsort Kiel und auf dem Stadtfriedhof in Göttingen mit Angabe des Wertes für die Planck-Konstante h (Photos: v. Klitzing)

Der nunmehr festgelegte Wert für h mit 8 Dezimalstellen wird dagegen auf ewige Zeiten unveränderbar bleiben und kann nicht mehr neu bestimmt werden. Das bedeutet ein Paradigmenwechsel in unserem Einheitensystem.

In der Vergangenheit wurde ein historisch gewachsenes System von Einheiten für die im Alltag besonders wichtigen Größen wie Länge, Zeit, Masse usw. verwendet. Im 18. Jahrhundert gab es jedoch alleine in Frankreich etwa 250.000 unterschiedliche Maßeinheiten, und erst die Meterkonvention von 1875 führte zu international akzeptierten Definitionen für die Längeneinheit Meter und die Masseinheit Kilogramm. Die Grundidee war, Eigenschaften der Erde als globale Referenzgröße für alle Messungen zu verwenden und den Umfang der Erde für Längenmessungen und ein bestimmtes Volumen von Wasser als Masseinheit zu definieren. Da die entsprechenden Präzi-

sionsmessungen extrem aufwändig sind, einigte man sich, Prototypen für das Urkilogramm und das Urmeter herzustellen und als offizielle Referenzgrößen zu akzeptieren. Diese Unikate sollten möglichst genau den Definitionen entsprechen, dass der Abstand vom Nordpol zum Äquator 10.000 km und 1 dm³ Wasser ein Kilogramm ist, und dauerhaft in einem Safe beim Internationalen Büro für Maß und Gewicht in Paris aufbewahrt werden. Kopien für die verschiedenen Länder sollten für ein weltweit gültiges Einheitensystem sorgen. Leider sind solche Artefakte nicht stabil genug, und es ist bekannt, dass wachsende Unterschiede bei Massevergleichen zwischen dem Urkilogramm und den in den verschiedenen Ländern aufbewahrten Kopien beobachtet werden. Eine mögliche Ursache für diese Instabilität kann das Ausdiffundieren von Gasen aus dem Metall sein, da abhängig vom Herstellungsprozess unterschiedliche Mengen von Gasen im Metall gelöst werden. Diese Unzulänglichkeit von Artefakten im Vergleich zu Naturkonstanten stellte Max Planck mit der Bemerkung heraus, dass es mit Hilfe von Naturkonstanten möglich sein sollte, stabile Einheiten unabhängig von speziellen Körpern und Substanzen zu realisieren. Da Naturkonstanten nach unserem jetzigen Wissensstand zeitlich und räumlich unverändert bleiben, ist es logisch, diesen Konstanten einen festen Wert zuzuordnen. Die Konsequenz ist, dass frühere Festlegungen wie Urmeter, Urkilogramm oder astronomische Zeiteinheiten nicht mehr Bestandteil unseres Einheitensystems sind.

Als die Büste von Max Planck am 15. 7. 2022 in der Walhalla-Ruhmeshalle aufgenommen wurde, wurde die Aufwertung der Planck-Konstanten als wichtige Basis für unser neues Einheitensystem besonders hervorgehoben. Auch bei den großen Feierlichkeiten zu Plancks 80. Geburtstag am 23. 4. 1938 spielte die Planck-Konstante eine herausragende Rolle. Plancks Mitarbeiter Werner Heisenberg, Peter Debye und Herbert Stuart hatten eine Theateraufführung mit dem Titel »Die Präzisionsbestimmung des Planckschen Wirkungsquantums« aufgeführt. Der mit viel Humor experimentell erzeugte Wert $h = 6,543210 \times 10^{-27}$ für die Planck-Konstante wurde als Geburtstagsgeschenk überreicht.⁶

Die Idee, unveränderliche und im ganzen Universum vorhandene konstante Größen in der Metrologie einzusetzen, wurde schon 1967 mit der internationalen Einführung der Cäsium-Atomuhr verwirklicht. Im Jahr 1983 wurde dann auch das Meter auf eine Naturkonstante zurückgeführt, indem für die Lichtgeschwindigkeit der Wert $c \equiv 299\,792\,458$ m/s festgelegt wurde. Seitdem lautet die Definition für die Längeneinheit Meter: Der METER ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von $1/299\,792\,458$ Sekunden durchläuft. In derselben Weise lautet die heutige Definition für das Kilogramm: Das KILOGRAMM ist diejenige Masse, die sich aus der Festlegung der Planck-Konstanten mit dem Wert $h = 6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ Js ergibt.

Bei der Neudefinition des Kilogramms durch einen festgelegten Wert für die Planck-Konstante kamen Bedenken auf, ob eine Verknüpfung des wohlbekannten Kilogramms mit einer Größe aus der Quantentheorie in der breiten Öffentlichkeit akzeptiert werde. Für einen Nichtphysiker ist es auf den ersten Blick unverständlich, wie ein Zusammenhang zwischen der Planck-Konstanten und der Masse m hergestellt werden kann. Da jedoch auch der Laie von der weltbekannten Einsteinformel $E = mc^2$ gehört hat, folgt aus einer Kombination mit der von Planck eingeführten Beziehung $E = h\nu$ die direkte Verknüpfung zwischen h und m .

Zurzeit gibt es zwei unterschiedliche experimentelle Verfahren, wie man ausgehend von einem festen Wert für die Planck-Konstante h ein Kilogramm mit einer Genauigkeit von besser als 0,05 mg herstellen kann. Am anschaulichsten ist die Realisierung eines Kilogramms über eine feste Anzahl von Atomen. Dieses ist heutzutage möglich, da durch die Festlegung der Planck-Konstanten atomare Massen wie das Elektron beim Wasserstoffatom mit sehr großer Genauigkeit bekannt sind. In der Praxis geht man von der atomaren Masse eines Siliziumatoms aus, da man in der Halbleiterindustrie gelernt hat, sehr gute Silizium-Einkristalle herzustellen. Die Abstände zwischen den Atomen in diesen Kristallen können mit Röntgenverfahren sehr genau bestimmt werden, sodass die Anzahl von Atomen in einem Kristall durch eine relativ einfache Volumenmessung berechnet werden kann. Insbesondere die Physikalisch Technische Bundesanstalt in

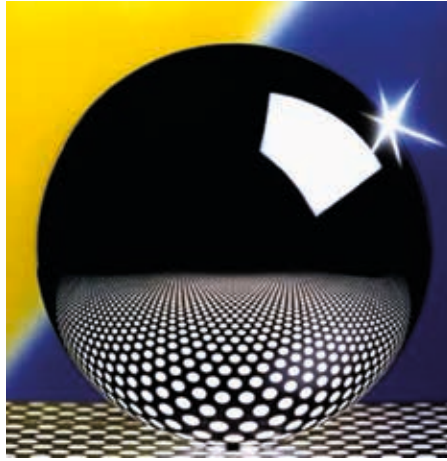


Abb. 3: Kilogramm Realisierung mit Hilfe der gemessenen Anzahl von Atomen in einem Silizium-Einkristall (Photo: PTB)

Deutschland hat Pionierarbeit auf diesem Gebiet geleistet, und die in Abb. 3 gezeigte Siliziumkugel ist eine anschauliche Realisierung unseres neuen Kilogramms auf der Basis der Planck-Konstanten. Weltweit verbreiteter ist jedoch die Kibble-Waage für die Realisierung eines elektronischen Kilogramms, bei der die mechanische Kraft eines Kilogramms durch eine elektrisch erzeugte Kraft (ähnlich wie beim Elektromotor) kompensiert wird. Glücklicherweise gibt es neben dem Quanten-Hall-Effekt für einen Quantenwiderstand auch den Josephson-Effekt, der die Bereitstellung eines Quanten-Volts auf der Basis der Josephson-Konstanten $2e/h$ erlaubt. Damit können alle elektrischen Größen sehr präzise mit Naturkonstanten verknüpft werden. Somit kann auch mit Hilfe der Kibble-Waage die Masseneinheit Kilogramm auf die Planck-Konstante h zurückgeführt werden. Mit den in Tabelle 1 festgelegten Werten für Naturkonstanten ist es überall im Universum möglich, nur über physikalische Gesetzmäßigkeiten Maßeinheiten herzustellen.



Abb. 4: Die 7 Basiseinheiten unseres internationalen Einheitensystems mit den etablierten Basiseinheiten Kilogramm, Meter, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol und Candela (äußerer Ring) sowie den zugeordneten Naturkonstanten (innerer Ring). Quelle: BIPM

len, die »für alle Zeiten, für alle Kulturen« ihre Gültigkeit behalten. Diese Vision wurde bei der Einführung des metrischen Maßsystems während der Französischen Revolution angestrebt, konnte aber erst heute im Zeitalter der Quantenphysik zuverlässig umgesetzt werden. Insofern wird die seit 20. 5. 2019 gültige Festlegung unserer sieben Basiseinheiten als größte Revolution in der Metrologie seit der Französischen Revolution bezeichnet. Der Übergang vom alten zum neuen Einheitensystem ist in Abb. 4 zusammengefasst, wo der äußere Ring die historisch gewachsenen Basiseinheiten Kilogramm, Meter, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol und Candela aufführt und im inneren Ring die zugeordneten Naturkonstanten angegeben sind. Die Planck-Konstante h hat somit einen Ehrenplatz im neuen SI-Einheitensystem eingenommen und bildet die Basis für alle Masse-Messungen.

Mit der Einführung des neuen Einheitensystems ist jedoch noch nicht der Schlusspunkt in der Entwicklung und der Definition sehr

genauer und reproduzierbarer Einheiten gesetzt. Gerade die Basis-einheit Sekunde, die mit der Cäsium-Atomuhr sehr genau realisiert werden kann und nicht nur beim GPS eine wichtige Rolle spielt, wird noch eine Änderung erfahren. Es gibt nämlich in der Natur Oszillatoren, die noch genauer und stabiler schwingen als die Elektronen des Cäsium Atoms. Die Zeitdauer einer Sekunde wird sich jedoch in keinerlei Weise verändern, sie wird nur genauer messbar sein.

Max Planck würde bemängeln, dass im neuen Einheitensystem die Gravitations-Konstante nicht auftritt, so wie es bei den Planck-Einheiten (s. Abb. 1) der Fall ist. In der Tat ist die Gravitationskonstante eine extrem wichtige Fundamentalkonstante, die jedoch experimentell nicht sehr genau gemessen werden kann. Da es in der Metrologie auf Genauigkeit und praktische Anwendung ankommt, wird die Gravitationskonstante keine Chance haben, in die Liste der SI-Basis-einheiten aufgenommen zu werden. Sie würde dann nämlich unsere Definition der Zeit über sehr präzise Atomschwingungen ersetzen, was aus metrologischer Sicht nicht akzeptabel ist.

Anmerkungen

- * Aufnahme der Büste in die Walhalla am 15. 7. 2022 (Photo v. Klitzing)
- 1 Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2, 237 (1900).
- 2 A. Einstein, Ann. Phys. (Leipzig) 1905, 322(6), 132.
- 3 M. Planck, Ann. Phys. (Leipzig) 1900, 306, 69.
- 4 K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).
- 5 <https://www.bipm.org/en/measurement-units>.
- 6 <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/bewi.201001404>.